

La valoració amb opcions reals. Aplicació a la llicència d'exploració d'una mina de coure

PROSPER LAMOTHE FERNÁNDEZ
Departament de Financiació i Investigació Comercial
Universitat Autònoma de Madrid

MARIANO MÉNDEZ SUÁREZ
ESERP Madrid

Resum

En el present treball valorarem la inversió seqüencial de les diverses etapes d'una mina de coure mitjançant el VAN esperat i Opcions Reals. Modelitzarem el preu del coure amb un model de reversió a la mitjana amb salts i calcularem el valor de l'opció mitjançant el mètode binomial, ajustant les fases del projecte per la seva probabilitat d'ocurrència. Com a resultat obtindrem un valor amb Opcions Reals més ajustat a l'autèntic valor del projecte tenint en compte la flexibilitat operativa

Paraules clau

Opcions Reals. Valoració amb Flexibilitat Operativa.

1. Valoració de la llicència d'exploració d'una mina de coure

En el present treball valorarem la inversió seqüencial en les diverses etapes d'una mina de coure mitjançant els mètodes del VAN esperat i Opcions Reals. Compararem els resultats obtinguts per a saber quin dels dos mètodes s'ajusta millor a les característiques del projecte.

La metodologia utilitzada s'ha aplicat a la valoració d'una mina de coure, però aquesta és extrapolable a altres tipus de projectes que requereixin una inversió seqüencial i on els desemborsaments parcials fins a la finalització del projecte representin un percentatge baix respecte a la inversió a realitzar per al llançament definitiu.

L'aplicació de la valoració mitjançant el mètode d'Opcions Reals és utilitzable en aquest projecte per tal que la intervenció dels gestors del projecte pugui permetre modificar el curs de la inversió, paralitzant-la en cas que no s'obtinguin els resultats esperats en els primers passos d'inversió.

1.1. Introducció

El projecte a valorar és un jaciment de coure que, de les quatre fases prèvies a la producció:

- Exploració
- Enginyeria de perfil
- Enginyeria conceptual
- Enginyeria bàsica

S'ha realitzat la primera fase, exploració, cosa que permet tenir una estimació dels principals valors per al càlcul del VAN del projecte. S'han obtingut les següents dades i paràmetres aleatoris que es poden observar a la Taula 1.1.

Taula 1.1.

Quantitat total de mineral:	3,8 milions de tones
Velocitat d'extracció:	1,8 milers de tones per dia
Temps d'extracció:	6 anys
Llei mitjana:	Normal $N(2.5;0.6)$
Recuperació:	Triangular $T(0.85;0.87;0.9)$
Llei del concentrat:	Lognormal $L(0.32;0.02)$

La llei mitjana és el percentatge esperat de coure en el mineral brut. S'espera que aquesta respongui a una distribució normal amb mitjana del 2.5% i desviació típica del 0.6%, la qual cosa ens fa esperar, amb un 99% de probabilitat, que la llei del mineral se situï entre 0.7% i 4.3%.

De la quantitat de metall existent en el mineral només en podem extreure un percentatge. Aquest percentatge correspon a la taxa de recuperació que modelem com una distribució triangular, que ens indica que com a mínim extraurem un 85% del metall, com a màxim un 90% i el més probable és que n'extraguem un 87%.

Aquest concentrat extret no és pur, sinó que té una quantitat de metall que ens indica la llei del concentrat. Modelitzem aquesta llei com una distribució lognormal amb valor mitjà d'un 32% i desviació típica d'un 2%.

La durada estimada de les quatre fases pendents, les seves probabilitats d'èxit i els seus costos estimats es poden veure en la Taula 1.2:

Taula 1.2.

	2008			2009			2010			2011			2012	Prob. èxit	Cost fase KUS \$	% Inversió per fase
	Tr. 1	Tr. 2	Tr. 3	Tr. 4	Tr. 1	Tr. 2	Tr. 3	Tr. 4	Tr. 1	Tr. 2	Tr. 3	Tr. 4	Tr. 1			
Enginy. Perfil														50%	-309	1%
Enginy. Conceptual														70%	-618	2%
Enginy. Bàsica														90%	-3,708	12%
Llançament														100%	26,263	85%

Com podem observar, es tracta d'una inversió seqüencial que podem tractar de forma independent i avaluar en cada fase, és a dir, invertirem 309 mil dòlars en enginyeria de perfil si considerem que el valor actual del projecte supera aquesta quantitat en el trimestre 1 de l'any 2008. Invertirem 618 mil dòlars en el trimestre 1 de 2009, si considerem que el valor actual del projecte és major en aquest moment i així successivament fins al llançament, on la decisió d'inversió és la de comparar els 26.2 milions de dòlars que costa el projecte amb el valor actual dels fluxos de caixa en aquest moment.

Les característiques principals d'aquesta inversió són:

- El valor de la mina depèn en gran mesura d'una variable aleatòria que és el preu del coure en el mercat internacional.
- Durant les fases prèvies al llançament hem d'invertir unes quantitats percentualment molt inferiors a la inversió total.
- A cada fase podem decidir si fer la inversió o no.

Dit en la terminologia d'Opcions, a cada fase podem comparar el cost de la inversió K amb el valor del projecte S i «comprar» la fase només si observem que el seu valor és superior al del cost de la inversió, és a dir:

$$\text{Valor del projecte} = \max (\text{Valor actual de la mina } (S) - \text{Inversió } (K); 0)$$

Aquesta regla de decisió correspon a la de la valoració d'una opció de compra de tipus europeu. Sabent que una de les variables claus en el valor d'aquest tipus d'opcions és el temps fins al venciment, analitzem les diferents fites de la inversió:

- A la fase I queden 4 anys per al llançament.
- A la fase II queden 3 anys.
- A la fase III queden 2 anys.
- En el llançament no hi ha distància temporal entre el valor actual dels fluxos de caixa del projecte i la inversió.

Per tant, podem inferir que existeix l'opció de compra europea només en les fases I, II i III, ja que en la fase del llançament, en ser 0 el temps de venciment, estem avaluant un projecte segons el VAN tradicional.

1.2. Avaluació del projecte segons la fórmula del van esperat

Per a calcular el VAN esperat del projecte, primer actualitzem el valor dels fluxos de caixa a la taxa de descompte amb risc estimat per al projecte fins a l'any 2011 per al qual està previst el llançament. Una vegada obtingut aquest valor, ho tornem a actualitzar fins a l'any d'avaluació 2008 i ho ajustem per la probabilitat condicionada d'arribar a cadascuna de les fases.

Actualitzem els valors de la inversió a la taxa de descompte amb risc estimat per al projecte fins al moment present i els ajustem per la seva probabilitat condicionada, obtenint els valors següents:

Taula 1.3.

KUS \$	Tr. 1 - 2008	Tr. 1 - 2009	Tr. 1 - 2011	Tr. 1 - 2012
# Trimestres	0	4	8	16
Ing. Perfil	(309)			
Ing. Conceptual	(548)	(618)		
Ing. Bàsica	(2,917)	(3,288)	(3,708)	
Llançament	(16,251)	(18,323)	(20,659)	(26,263)
Total d'inversió	(20,025)	(22,225)	(24,359)	(26,247)
Valor Present Fluxos de Caixa	23,601	26,611	30,003	38,142
VAN	3,577	4,385	5,644	11,895
Probabilitat condicionada	32%	63%	90%	100%
VAN ajustat per probabilitat	1,127	2,763	5,080	11,895

Si analitzem la Taula 1.3 en detall, podem observar que el mètode de càlcul assumeix que en cadascun dels quatre trimestres en què cal realitzar la inversió, aquesta es realitza.

A la pràctica, en cadascun dels períodes revaluarem la inversió amb la nova informació obtinguda i analitzarem si segueix sent rendible invertir per a poder arribar fins a la fase de llançament.

La fórmula del VAN esperat no permet tenir en compte aquesta flexibilitat gerencial.

1.3. Avaluació del projecte per opcions reals

Des del punt de vista de les opcions reals, l'actiu subjacent (el projecte) es valora segons la metodologia de fluxos descomptats a la taxa de risc del projecte fins a l'any 2011, igual que faríem per a calcular el valor d'una acció.

Una vegada calculat aquest valor, ho actualitzem a la taxa lliure de risc, ja que assumim com a hipòtesi que els mercats són complets.

En cadascun dels períodes en què cal invertir, comparem el valor actual del projecte (l'acció) amb el valor de la inversió necessària per a escometre'l (el preu d'exercici o *strike*).

L'ajustament per probabilitat es produeix sota la següent regla:

Comparem el valor de la inversió a realitzar amb el valor del projecte

ajustat per les probabilitats neutrals al risc donades pel càlcul binomial i multiplicat per la probabilitat d'arribar a aquesta fase.

En cas que el resultat sigui negatiu, entenem que no seguiríem invertint en el projecte, amb la qual cosa en aquest punt el seu valor seria zero.

En cas que el resultat sigui positiu, seguirem invertint i el projecte passarà a tenir el valor calculat.

Per a una anàlisi més detallada de la regla de decisió, vegeu Lamothe i Méndez (2007: 26-41).

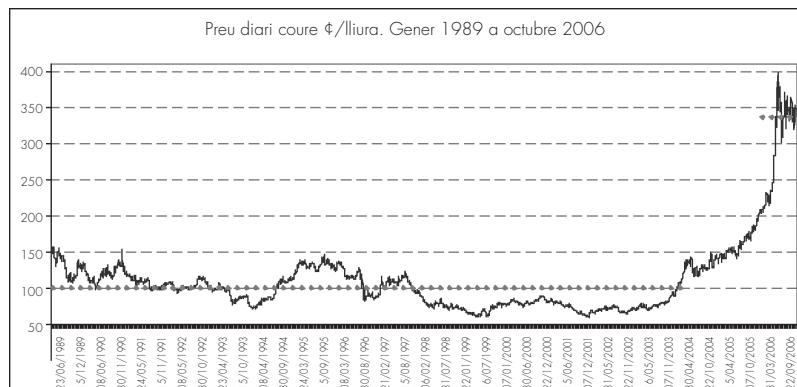
1.3.1. MODEL DE REVERSIÓ A LA MITJANA AMB SALTS PER A LA SIMULACIÓ DELS PREUS DEL COURE

Un model de reversió a la mitjana amb salts implica que el preu del coure tendeix a llarg termini a un preu mitjà i que ocasionalment es donen situacions particulars, de major o menor durada, en els mercats que ocasionen que aquest preu pateixi bé un salt cap amunt, bé un salt cap avall.

La tendència a un preu mitjà a llarg termini s'explica per circumstàncies de mercat de manera que quan existeix una situació de preus alts, mines que s'anaven a tancar ja no es tanquen, projectes que no eren econòmics amb preus baixos ho són, s'accelera l'obertura de noves mines, etc. Aquest increment d'oferta provoca la baixada progressiva dels preus.

El cas contrari ocorre en circumstàncies de preus baixos en el mercat que provoca a mitjà termini una disminució de l'oferta amb la conseqüent pujada de preus.

Gràfic 1.1.



Si prenem els preus diaris del coure del London Metal Exchange des de gener de 1989 a octubre de 2006, observem en el Gràfic 1.1 que fins a mitjans de 2003 el preu fluctua entorn a «un preu mitjà» de 100 ¢/lliura.

En canvi a partir d'aquest període, podem veure que existeix un «salt» en el preu que es dona fins a final del 2005, període a partir del qual torna a trobar un nou «preu mitjà d'equilibri» al voltant d'uns 340 ¢/lliura.

Existeixen en la literatura diversos models de simulació de preus de matèries primeres i especialment del coure que utilitzen el concepte de reversió a la mitjana.

D'una banda, models de reversió a la mitjana basats en la modelització dels rendiments dels preus i de les seves taxes de conveniència, Gibson i Schwartz (1990: 959-976), Casassus i Collin-Dufresne (2005: 2283-331) i Cortazar i Schwartz (2003: 215-38). Aquest tipus de models es basen en la relació entre els preus a comptat i futur de la matèria primera a analitzar.

I, tal com demostren Cortazar, Gravet i Urzua (2008: 113-129), els diversos models són compatibles i els seus valors convergeixen.

Els problemes amb aquest tipus de models són:

- Es basen en el concepte de taxa de conveniència, que és un concepte que no sempre és intuïtiu i acceptable per als gestors dels projectes.
- Són necessaris preus a futur, que poden no existir, o solament existir en el curt termini per a determinades matèries primeres.
- Aquest tipus de projectes d'inversió solen ser avaluacions a molt llarg termini i els contractes a futur a llarg termini no cobreixen aquests períodes. Els de més durada són els que menys es cotitzen, amb què es poden introduir biaixos en la modelització.

D'altra banda els que proposem com alternativa basats en el model de reversió a la mitjana de Dixit i Pindyck (1994: Cap. 4) modificat per a poder incloure salts en els preus.

Els seus avantatges són:

- La robustesa dels seus resultats.
- La senzillesa d'ús tant en fulls de càlcul amb programes tipus @Risk com en programes tipus MATLAB.
- La possibilitat d'obtenir els paràmetres de les sèries amb una regressió i la possibilitat de modificar alguns paràmetres en funció de les expectatives dels gestors del projecte.

El model de simulació ve donat en l'Equació 1.1.

Equació 1.1.

$$S_t = e \left(\log(S_{t-1})e^{-\eta\Delta t} + \log(\bar{S} + \lambda_u \kappa \eta)(1 - e^{-\eta\Delta t}) + dq - (1 - e^{-2\eta\Delta t}) \frac{\sigma^2 + (\lambda_u + \lambda_d) \text{Var}(\emptyset)}{4\eta} + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}} dz \right)$$

A la Taula 1.4 podem observar els valors estimats dels paràmetres per a simular el procés:

Taula 1.4.

S_0	342	Valor Inicial de S
\bar{S}	120	Preu mitjà a llarg termini
$\log(\bar{S})$	4,79	Logaritme natural del preu mitjà
σ	25%	Volatilitat
η	0,45	Velocitat de reversió a la mitjana
λ_u	1,1%	Freqüència salt amunt
λ_d	1,5%	Freqüència salt avall
$E[\emptyset_u]$	15,8%	Grandària del salt amunt
$E[\emptyset_d]$	-29,9%	Grandària del salt avall
$E[\emptyset] = k$	-7,1%	Mitjana dels salts
$\text{Var}[\emptyset]$	0,01	Variança dels salts
H	1,54	Vida mitjana
dt	1,00	Variació de temps

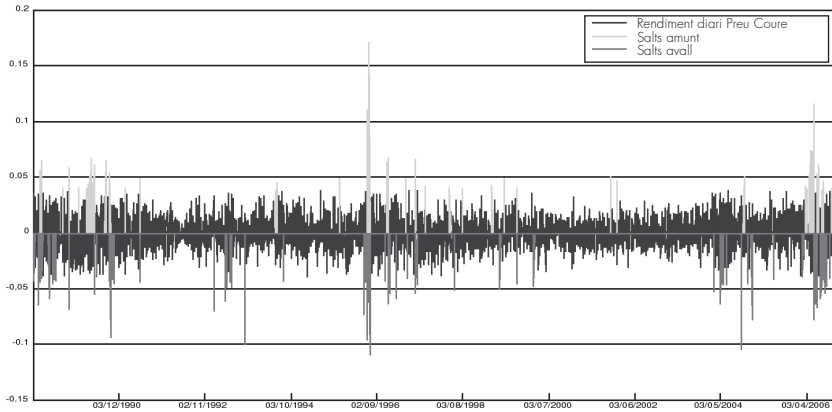
El concepte de vida mitjana ens indica el temps que trigarà el preu a arribar a la meitat del camí fins a la mitjana. Com que obtenim un valor de 1.54 anys, inferim que el preu del coure trigarà uns 3 anys a arribar a el valor mitjà quan estigui en el seu moment més alt o més baix.

Per al càlcul dels paràmetres de reversió a la mitjana seguim la metodologia de Dixit i Pindyck (1994: Cap. 4).

Per al càlcul dels paràmetres de salts convertim els preus de la sèrie anterior a rendiments i analitzem els moviments més extrems seguint el procediment de Clewlow, L., *et al* (2001a, 2001b).

Una vegada extrets els salts amunt i avall, com podem veure en el Gràfic 1.2, estimem tant la freqüència com la magnitud d'aquests per a introduir-los en el model.

Gràfic 1.2.



1.3.2. CÀLCUL DE LA VOLATILITAT DEL PROJECTE

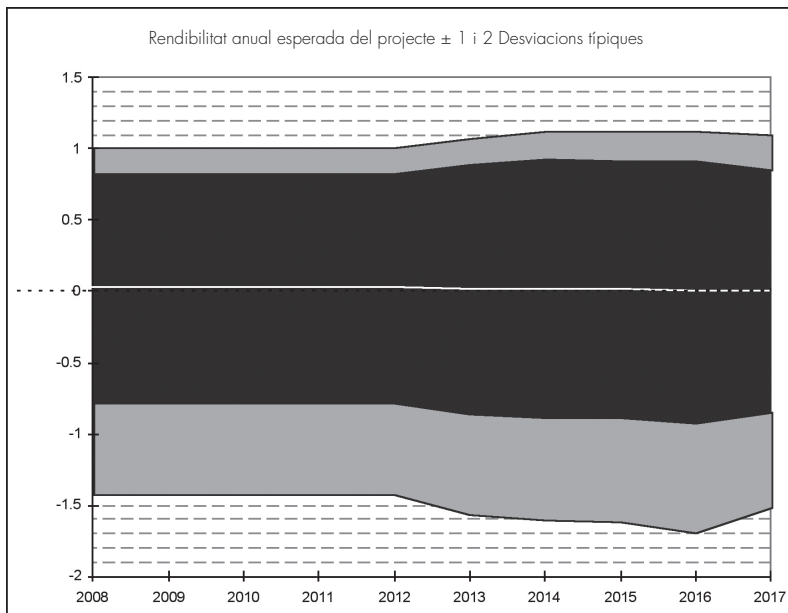
Calcularem la volatilitat del projecte segons el mètode de Copeland i Antikarov (2001: Cap. 9) exposat en Lamothe i Méndez (2007: 26-41).

Hem de tenir en compte que el llançament del projecte serà d'aquí a 4 anys des d'aquest moment. És a dir, durant aquest període els fluxos de caixa esperats pel projecte vénen de l'actualització de quatre períodes del valor descomptat dels fluxos de caixa del projecte en el seu llançament, moment a partir del qual es generaran els fluxos de caixa anualment.

Com a conseqüència d'aquest fet, calcularem la volatilitat per a cada any i, com podem observar al gràfic 1.3, aquesta roman estable durant els quatre primers anys a causa del fet que no es generen ingressos, moment a partir del qual comença a augmentar fins a l'esgotament de la mina.

Els valors de volatilitat mitjana esperada del projecte es poden observar en el gràfic 1.4 com la desviació típica dels rendiments del projecte. En el gràfic s'il·lustra la volatilitat per a 1 i 2 desviacions típiques. Podem comprovar que s'obté un valor alt entre un 80% i 90% a causa de la incertesa generada per les variables aleatòries que té el projecte.

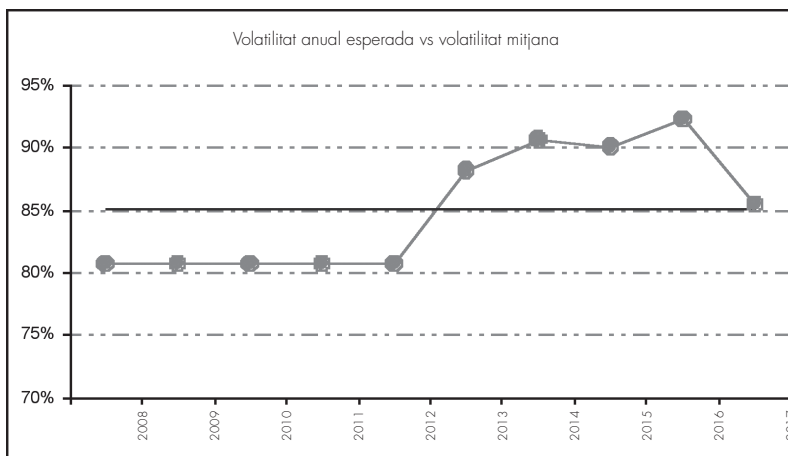
Gràfic 1.3.



Per a l'avaluació, usarem la volatilitat mitjana esperada, per a poder recollir l'efecte dels anys en els que el projecte genera flux de caixa.

Presentem a la Taula 1.5 els paràmetres del model.

Gràfic 1.4.



Taula 1.5.

$\sigma = 85,02\%$	$u = 1,53$	$p = 40,97\%$
$\sigma_{\text{Trimestral}} = 42,51\%$	$d = 0,65$	$q = 59,03\%$

1.3.3. DESENVOLUPAMENT BINOMIAL

Sobre la base dels paràmetres exposats anteriorment, realitzarem el desenvolupament binomial als valors descomptats a la taxa lliure de risc fins al llançament del projecte i a les probabilitats subjectives d'èxit de cada fase que es poden observar a la taula 1.6.

Taula 1.6.

KUS \$	Tr. 1 - 2008	Tr. 1 - 2009	Tr. 1 - 2011	Tr. 1 - 2012	Probabilitat Èxit	% Inversió Total per Fase
Trimestres	0	4	8	16		
Ing. Perfil	(309)				50%	1%
Ing. Conceptual	(588)	(618)			70%	2%
Ing. Bàsica	(3,355)	(3,527)	(3,708)		90%	12%
Llançament	(21,502)	(22,605)	(23,764)	(26,263)		85%
Total d'inversió	(25,754)	(26,745)	(27,463)	(26,247)		
Valor Present Fluxos de Caixa	32,147	33,796	35,528	39,265		

A la Taula 1.7 es pot veure el desenvolupament binomial en KUS\$ per a la primera fase.

Aplicant les probabilitats neutrals al risc i la regla d'optimització exposada anteriorment, obtenim a la taula 1.8 el valor de l'Opció d'Invertir a la primera fase.

Els valors 0 ens indiquen que el projecte no s'escometria en aquest punt atès que el seu VAN esperat seria inferior a la inversió.

Segons la solució del desenvolupament binomial, el valor de l'opció d'invertir en el projecte, tenint en compte la flexibilitat gerencial és de 5.45 milions de dòlars, que és un 484% major que els 1.12 milions de dòlars obtinguts amb el mètode del VAN tradicional.

1.3.4. VALOR DE L'OPCIÓ A CADA FASE

Seguint la mateixa metodologia expressada en el punt anterior, calculem el valor de l'opció a cada fase i podem veure els valors comparant-los amb els del VAN esperat ajustat per probabilitat a la taula 1.9.

Taula 1.9.

	Valor Opció	VAN Esperat	%
Ing. Perfil	5,454	1,127	484
Ing. Conceptual	10,602	2,763	384
Ing. Bàsica	13,110	5,080	258

Com podem observar, el valor del projecte tenint en compte la flexibilitat és major en les tres fases pendents de valoració.

1.4. Conclusions

Les diferències entre els valors calculats usant el VAN esperat i la valoració amb Opcions Reals es deuen al fet que aquesta última recull la flexibilitat operativa dels gestors del projecte. Aquesta flexibilitat faria que en circumstàncies desfavorables el projecte es paralitzés perdent només les quantitats econòmiques invertides fins a aquest moment, tenint en compte que la inversió a realitzar abans del llançament definitiu és de només un 15% del valor total del projecte.

El mètode del VAN en aquest tipus d'inversions seqüencials i amb característiques similars al projecte analitzat infravaloraria el valor de la mina.

En canvi, usant la metodologia d'Opcions Reals, obtindríem una valoració que tenint en compte les possibles decisions a prendre pels gestors del projecte, seria més ajustada a l'autèntic valor d'aquest.

D'altra banda, el mètode ens permet valorar la llicència d'extracció a cadascuna de les fases i podria ser adequat per a la negociació amb inversors de cara al possible finançament basada en l'èxit de la consecució de cadascuna de les fites que componen la inversió.

Bibliografia

- CASASSUS, J. i COLLIN-DUFRESNE, P. (2005) «Stochastic convenience yield implied from commodity futures and interest rates» *Journal of Finance* 2005; 60 (5): 2283-331.
- CLEWLOW, L., STRICKLAND, C, i KAMINSKI, V. (2001) «Jumping the Gaps» *Energy Power Risk Management*, Risk Waters Group 5 (10); January 2001a.
- CLEWLOW, L., STRICKLAND, C, i KAMINSKI, V. (2001) «Extending Mean Reversion Jump Diffusion» *Energy Power Risk Management*, Risk Waters Group; February 2001b.
- COPELAND, T. i ANTIKAROV, V. (2001). «Real Options». Texere LLC, New York.
- CORTAZAR, G., GRAVET, M. i URZUA, J. (2008) «The Valuation of Multidimensional American Real Options using the LSM Simulation Method», *Computers and Operations Research*, 35, 113-129.
- CORTAZAR, G. i SCHWARTZ, E.S. (2003). «Implementing a stochastic model for oil futures prices». *Energy Economics* 2003; 25(3):.215-38.
- DIXIT, R. K. i PINDYCK, R. S. (1994). «Investment under Uncertainty». Princeton University Press.
- GIBSON, R. i SCHWARTZ, E.S. (1990) «Stochastic Convenience Yield and the Pricing of Oil Contingent Claims» *The Journal of Finance*, July 1990 45: 3, 959-976.
- LAMOTHE, P. i MÉNDEZ, M. (2007) «Valoración de un Parque Eólico con Opciones Reales». *Universia Business Review*, nº 15 tercer trimestre 2007; 26-41.