

La valoración con opciones reales. Aplicación a la licencia de explotación de una mina de cobre

PROSPER LAMOTHE FERNÁNDEZ
Departamento de Financiación e Investigación Comercial
Universidad Autónoma de Madrid

MARIANO MÉNDEZ SUÁREZ
ESERP Madrid

Resumen

En el presente artículo valoraremos la inversión secuencial de las diversas etapas de una mina de cobre mediante el VAN esperado y Opciones Reales. Modelizaremos el precio del cobre con un modelo de reversión a la media con saltos y calcularemos el valor de la opción mediante el método binomial, ajustando las fases del proyecto por su probabilidad de ocurrencia. Como resultado obtendremos un valor con Opciones Reales más ajustado al autentico valor del proyecto teniendo en cuenta la flexibilidad operativa.

Palabras clave

Opciones Reales, Valoración con Flexibilidad Operativa.

1. Valoración de la licencia de explotación de una mina de cobre

En el presente artículo valoraremos la inversión secuencial en las diversas etapas de una mina de cobre mediante los métodos del VAN esperado y Opciones Reales. Compararemos los resultados obtenidos para saber cual de los dos métodos se ajusta mejor a las características del proyecto.

La metodología utilizada se ha aplicado a la valoración de una mina de cobre, pero esta es extrapolable a otro tipo de proyectos que requieran una inversión secuencial y donde los desembolsos parciales hasta la finalización del proyecto representen un porcentaje bajo respecto a la inversión a realizar para el lanzamiento definitivo.

La aplicación de la valoración mediante el método de Opciones Reales es utilizable en este proyecto dado que la intervención de los gestores del proyecto pueda permitir modificar el curso de la inversión, paralizándola en caso de que no se obtengan los resultados esperados en los primeros pasos de inversión.

1.1. Introducción

El proyecto a valorar es un yacimiento de cobre, del que de las cuatro fases previas a la producción:

- Exploración
- Ingeniería de perfil
- Ingeniería conceptual
- Ingeniería básica

Se ha realizado la primera fase de exploración permitiendo tener una estimación de los principales valores para el cálculo del VAN del proyecto. Obteniendo los siguientes datos y parámetros aleatorios que se pueden observar en la Tabla 1.1.

Tabla 1.1.

Cantidad total de mineral:	3,8 millones de toneladas
Velocidad de extracción:	1,8 miles de toneladas por día
Tiempo de extracción:	6 años
Ley media:	Normal $N(2.5;0.6)$
Recuperación:	Triangular $T(0.85;0.87;0.9)$
Ley del concentrado:	Lognormal $L(0.32;0.02)$

La ley media es el porcentaje esperado de cobre en el mineral en bruto, se espera que esta responda a una distribución normal con media del 2,5% y desviación típica del 0,6%, lo cual nos hace esperar, con un 99% de probabilidad, que la ley del mineral se sitúa entre 0,7% y 4,3%.

De la cantidad de metal existente en el mineral sólo podremos extraer un porcentaje, este porcentaje corresponde a la tasa de recuperación que modelamos como una distribución triangular, que nos indica que como mínimo extraeremos un 85% del metal, como máximo un 90% y lo más probable es que extraigamos un 87%.

Este concentrado extraído no es puro, sino que tiene una cantidad de metal que nos indica la ley del concentrado, modelizamos esta ley como una distribución lognormal con valor medio de un 32% y desviación típica de un 2%.

La duración estimada de las cuatro fases pendientes, sus probabilidades de éxito y sus costes estimados se pueden ver en la Tabla 1.2:

Tabla 1.2.

	2008				2009				2010				2011				2012	Prob.	Coste fase	% Inversión
	Tr. 1	Tr. 2	Tr. 3	Tr. 4	Tr. 1	Tr. 2	Tr. 3	Tr. 4	Tr. 1	Tr. 2	Tr. 3	Tr. 4	Tr. 1	Tr. 2	Tr. 3	Tr. 4	Tr. 1	Éxito	KUS\$	por Fase
Ingeniería Perfil																		50%	-309	1%
Ingeniería Conceptual																		70%	-618	2%
Ingeniería Básica																		90%	-3,708	12%
Lanzamiento																		100%	-26,263	85%

Como podemos observar, se trata de una inversión secuencial que podemos tratar de forma independiente y evaluar en cada fase, es decir, invertiremos 309 mil dólares en ingeniería de perfil si consideramos que el valor actual del proyecto supera esta cantidad en el trimestre 1 del año 2008. Invertiremos 618 mil dólares en el trimestre 1 de 2009, si consideramos que el valor actual del proyecto es mayor en ese momento y así sucesivamente hasta el lanzamiento, donde la decisión de inversión es la de comparar los 26,2 millones de dólares que cuesta el proyecto con el valor actual de los flujos de caja en ese momento.

Las características principales de esta inversión son:

- El valor de la mina depende en gran medida de una variable aleatoria que es el precio del cobre en el mercado internacional.
- Durante las fases previas al lanzamiento hemos de invertir unas cantidades porcentualmente muy inferiores a la inversión total.
- En cada fase podemos decidir si acometer la inversión o no.

Dicho en la terminología de Opciones, en cada fase podemos comparar el coste de la inversión K con el valor del proyecto S y «comprar» la fase sólo si observamos que su valor es superior el del coste de la inversión, es decir:

$$\text{Valor del proyecto} = \max (\text{Valor actual de la mina } (S) - \text{Inversión } (K); 0)$$

Esta regla de decisión corresponde a la de la valoración de una opción de compra de tipo europeo. Sabiendo que una de las variables claves en el valor de este tipo de opciones es el tiempo hasta el vencimiento, analizamos los distintos hitos de la inversión:

- En la fase I quedan 4 años para el lanzamiento.
- En la fase II quedan 3 años.
- En la fase III quedan 2 años.
- En el lanzamiento no hay distancia temporal entre el valor actual de los flujos de caja del proyecto y la inversión.

Por lo cual, podemos inferir que existe la opción de compra europea sólo en las fases I, II y III, ya que en la fase del lanzamiento al ser 0 el tiempo de vencimiento estamos evaluando un proyecto según el VAN tradicional.

1.2. Evaluación del proyecto según la fórmula del VAN esperado

Para calcular el VAN esperado del proyecto, primero actualizamos el valor de los flujos de caja a la tasa de descuento con riesgo estimada para el proyecto hasta el año de 2011 para el que está previsto el lanzamiento, una vez obtenido este valor lo volvemos a actualizar hasta el año de evaluación 2008 y lo ajustamos por la probabilidad condicionada de llegar a cada una de las fases.

Actualizamos los valores de la inversión a la tasa de descuento con riesgo estimada para el proyecto hasta el momento presente y los ajustamos por su probabilidad condicionada, obteniendo los siguientes valores:

Si analizamos la Tabla 1.3 en detalle, podemos observar que el método de cálculo asume que en cada uno de los cuatro trimestres en los que hay que realizar la inversión, esta se realiza.

En la práctica, en cada uno de los períodos reevaluaremos la inversión

Tabla 1.3.

KUS \$	Tr. 1 - 2008	Tr. 1 - 2009	Tr. 1 - 2011	Tr. 1 - 2012
# Trimestres	0	4	8	16
Ing. Perfil	(309)			
Ing. Conceptual	(548)	(618)		
Ing. Básica	(2,917)	(3,288)	(3,708)	
Lanzamiento	(16,251)	(18,323)	(20,659)	(26,263)
Total de inversión	(20,025)	(22,225)	(24,359)	(26,247)
Valor Presente Flujos de Caja	23,601	26,611	30,003	38,142
VAN	3,577	4,385	5,644	11,895
Probabilidad condicionada	32%	63%	90%	100%
VAN ajustado por probabilidad	1,127	2,763	5,080	11,895

con la nueva información obtenida y analizaremos si sigue siendo rentable invertir para poder llegar hasta la fase de lanzamiento.

La fórmula del VAN esperado no permite tener en cuenta esta flexibilidad gerencial.

1.3. Evaluación del proyecto por opciones reales

Desde el punto de vista de las opciones reales, el activo subyacente (el proyecto) se valora según la metodología de flujos descontados a la tasa de riesgo del proyecto hasta el año 2011, al igual que haríamos con para calcular el valor de una acción.

Una vez calculado este valor, lo actualizamos a la tasa libre de riesgo ya que asumimos como hipótesis que los mercados son completos.

En cada uno de los períodos en los que es necesario invertir, comparamos el valor actual del proyecto (la acción) con el valor de la inversión necesaria para acometerlo (el precio de ejercicio o *strike*).

El ajuste por probabilidad se produce bajo la siguiente regla:

Comparamos el valor de la inversión a realizar con el valor del proyecto ajustado por las probabilidades neutrales al riesgo dadas por el cálculo binomial y multiplicado por la probabilidad de llegar a esa fase.

En caso que el resultado sea negativo, entendemos que no seguiríamos invirtiendo en el proyecto, con lo cual en ese punto su valor sería cero.

En caso que el resultado sea positivo, seguiremos invirtiendo y el proyecto pasará a tener el valor calculado.

Para un análisis más detallado de la regla de decisión, ver Lamothe y Méndez (2007: 26-41).

1.3.1. MODELO DE REVERSIÓN A LA MEDIA CON SALTOS PARA LA SIMULACIÓN DE LOS PRECIOS DEL COBRE

Un modelo de reversión a la media con saltos implica que el precio del cobre tiende a largo plazo a un precio medio y que ocasionalmente se dan situaciones particulares, de mayor o menor duración, en los mercados que ocasionan que este precio sufra bien un salto hacia arriba, bien un salto hacia abajo.

La tendencia a un precio medio a largo plazo se explica por circunstancias de mercado de forma que cuando existe una situación de precios altos, minas que se iban a cerrar ya no se cierran, proyectos que no eran económicos con precios bajos lo son, se acelera la apertura de nuevas minas etc., este incremento de oferta provoca la bajada progresiva de los precios.

El caso contrario ocurre en circunstancias de precios bajos en el mercado que provoca en el medio plazo una disminución de la oferta con la consecuente subida de precios.

Si tomamos los precios diarios del cobre del *London Metal Exchange* desde enero de 1989 a octubre de 2006, observamos en el Gráfico 1.1 que hasta mediados de 2003 el precio fluctúa entorno a un «precio medio» de 100 ¢/libra.

Gráfico 1.1.



En cambio a partir de este período, podemos ver que existe un «salto» en el precio que se da hasta final del 2005, período a partir del cual, vuelve a encontrar un nuevo «precio medio de equilibrio» entorno a unos 340 ¢/libra.

Existen en la literatura varios modelos de simulación de precios de materias primas y especialmente del cobre que utilizan el concepto de reversión a la media.

Por un lado modelos de reversión a la media basados en la modelización de los rendimientos de los precios y de sus tasas de conveniencia, Gibson y Schwartz (1990: 959-976), Casassus y Collin-Dufresne (2005: 2283-331) y Cortazar y Schwartz (2003: 215-38). Este tipo de modelos se basan en la relación entre los precios a contado y futuro de la materia prima a analizar.

Y tal como demuestran Cortazar, Gravet y Urzua (2008: 113-129) los diversos modelos son compatibles y sus valores convergen.

Los problemas con este tipo de modelos son:

- Se basan en el concepto de tasa de conveniencia, que es un concepto que no siempre es intuitivo y aceptable para los gestores de los proyectos.
- Son necesarios precios a futuro, los cuales pueden no existir, o solo existir en el corto plazo para determinadas materias primas
- Este tipo de proyectos de inversión suelen ser evaluaciones a muy largo plazo y los contratos a futuro a largo plazo no cubren estos períodos, siendo los de más duración los que menos se cotizan y pueden introducir sesgos en la modelización.

Por otro lado, los que proponemos como alternativa basados en el modelo de reversión a la media de Dixit y Pindyck (1994: Cap. 4) modificado para poder incluir saltos en los precios.

Sus ventajas son:

- La robustez de sus resultados.
- La sencillez de uso tanto en hojas de cálculo con programas tipo @Risk como en programas tipo MATLAB.
- La posibilidad de obtener los parámetros de las series con una regresión y la posibilidad de modificar algunos parámetros en función de las expectativas de los gestores del proyecto.

El modelo de simulación viene dado en la Ecuación 1.1.

Ecuación 1.1.

$$S_t = e^{\left(\log(S_{t-1})e^{-\eta\Delta t} + \log(\bar{S} + \lambda_u \kappa \eta)(1 - e^{-\eta\Delta t}) + dq - (1 - e^{-2\eta\Delta t}) \frac{\sigma^2 + (\lambda_u + \lambda_d) \text{Var}(\emptyset)}{4\eta} + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}} dz \right)}$$

En la Tabla 1.4 podemos observar los valores estimados de los parámetros para simular el proceso:

Tabla 1.4.

S_0	342	Valor Inicial de S
\bar{S}	120	Precio medio a largo plazo
$\log(\bar{S})$	4,79	Logaritmo natural del precio medio
σ	25%	Volatilidad
η	0,45	Velocidad de reversión a la media
λ_u	1,1%	Frecuencia salto arriba
λ_d	1,5%	Frecuencia salto abajo
$E[\emptyset_u]$	15,8%	Tamaño del salto arriba
$E[\emptyset_a]$	-29,9%	Tamaño del salto abajo
$E[\emptyset] = k$	-7,1%	Media de los saltos
$\text{Var}[\emptyset]$	0,01	Varianza de los saltos
H	1,54	Vida media
dt	1,00	Variación de tiempo

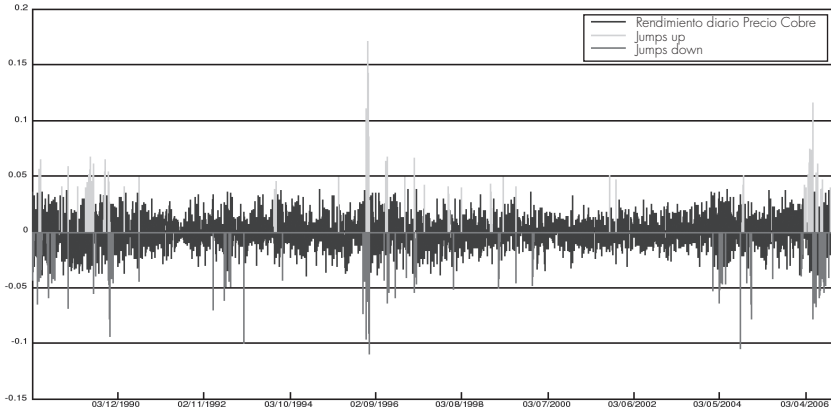
El concepto de vida media nos indica el tiempo que tardará el precio en alcanzar la mitad del camino hasta la media. Como obtenemos un valor de 1.54 años inferimos que el precio del cobre tardará unos 3 años en alcanzar el valor medio cuando esté en su momento más alto o más bajo.

Para el cálculo de los parámetros de reversión a la media seguimos la metodología de Dixit y Pindyck (1994: Cap. 4).

Para el cálculo de los parámetros de saltos convertimos los precios de la serie anterior a rendimientos y analizamos los movimientos más extremos siguiendo el procedimiento de Clewlow, L., et al (2001a, 2001b).

Una vez extraídos los saltos arriba y abajo, como podemos ver en el Gráfico 1.2, estimamos tanto la frecuencia como la magnitud de estos para introducirlos en el modelo.

Gráfico 1.2.



1.3.2. CÁLCULO DE LA VOLATILIDAD DEL PROYECTO

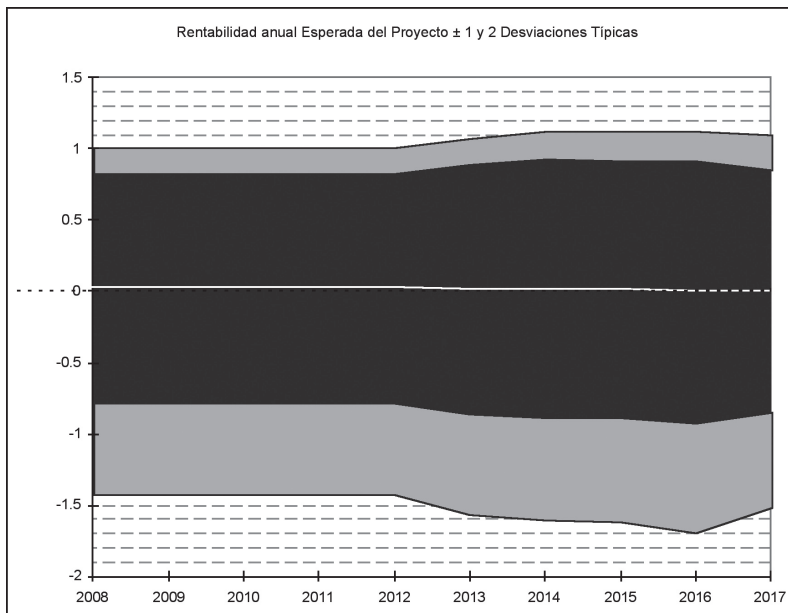
Calcularemos la volatilidad del proyecto según el método de Copeland y Antikarov (2001: Cap. 9) expuesto en Lamothe y Méndez (2007: 26-41).

Hemos de tener en cuenta que el lanzamiento del proyecto será dentro de 4 años desde este momento, es decir, durante este período los flujos de caja esperados por el proyecto vienen de la actualización cuatro períodos del valor descontado de los flujos de caja del proyecto en su lanzamiento, momento a partir del cual se generarán los flujos de caja anualmente.

Como consecuencia de este hecho, calcularemos la volatilidad para cada año y tal y como podemos observar en el Gráfico 1.3 ésta permanece estable durante los cuatro primeros años debido a que no se generan ingresos, momento a partir del cual empieza a aumentar hasta el agotamiento de la mina.

Los valores de volatilidad media esperada del proyecto se pueden observar en el Gráfico 1.4 como la desviación típica de los rendimientos del proyecto. En el gráfico se ilustra la volatilidad para 1 y 2 desviaciones típicas. Podemos comprobar que se obtiene un valor alto entre un 80% y 90% debido a la incertidumbre generada por las variables aleatorias que tiene el proyecto.

Gráfico 1.3.



Para la evaluación, usaremos la volatilidad media esperada, para poder recoger el efecto de los años en los que el proyecto genera flujo de caja. Presentamos en la Tabla 1.5 los parámetros del modelo.

Gráfico 1.4.

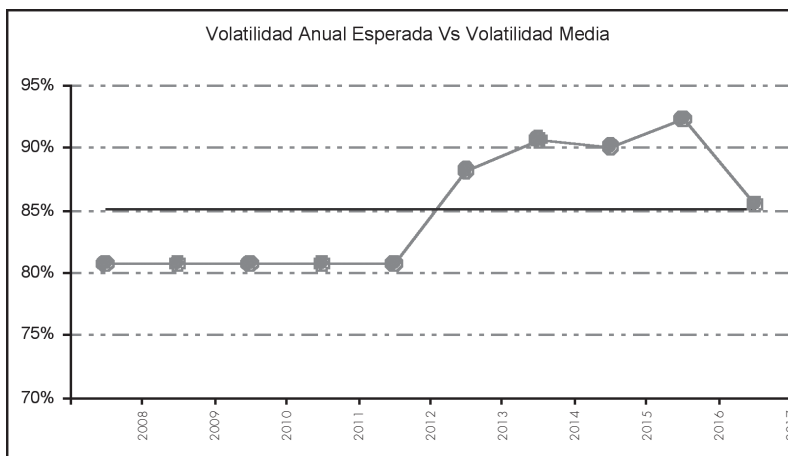


Tabla 1.5.

$\sigma = 85,02\%$	$u = 1,53$	$p = 40,97\%$
$\sigma_{\text{Trimestral}} = 42,51\%$	$d = 0,65$	$q = 59,03\%$

1.3.3. DESARROLLO BINOMIAL

En base a los parámetros expuestos anteriormente, a los valores descontados a la tasa libre de riesgo hasta el lanzamiento del proyecto y las probabilidades de subjetivas de éxito de cada fase que se pueden observar en la Tabla 1.6 realizaremos el desarrollo binomial.

Tabla 1.6.

KUS \$	Tr. 1 - 2008	Tr. 1 - 2009	Tr. 1 - 2011	Tr. 1 - 2012	Probabilidad Éxito	% Inversión Total por Fase
Trimestres	0	4	8	16		
Ing. Perfil	(309)				50%	1%
Ing. Conceptual	(588)	(618)			70%	2%
Ing. Básica	(3,355)	(3,527)	(3,708)		90%	12%
Lanzamiento	(21,502)	(22,605)	(23,764)	(26,263)		85%
Total de Inversión	(25,754)	(26,745)	(27,463)	(26,247)		
Valor Presente Flujos de Caja	32,147	33,796	35,528	39,265		

En la Tabla 1.7 se puede ver el desarrollo binomial en KUS\$ para la primera fase.

Aplicando las probabilidades neutrales al riesgo y la regla de optimización expuesta anteriormente, obtenemos en la Tabla 1.8 el valor de la Opción de Invertir en la primera fase.

Los valores 0 nos indican el proyecto no se acometería en ese punto dado que su VAN esperado sería inferior a la inversión.

Según la solución del desarrollo binomial, el valor de la opción de invertir en el proyecto, teniendo en cuenta la flexibilidad gerencial es de 5.45 millones de dólares, que es un 484% mayor que los 1.12 millones de dólares obtenidos con el método del VAN tradicional.

1.3.4. VALOR DE LA OPCIÓN EN CADA FASE

Siguiendo la misma metodología expresada en el punto anterior, calculamos el valor de la opción en cada fase y podemos ver los valores comparándolos con los del VAN esperado ajustado por probabilidad en la Tabla 1.9.

Tabla 1.9.

	Valor Opción	VAN Esperado	%
Ing. Perfil	5,454	1,127	484
Ing. Conceptual	10,602	2,763	384
Ing. Básica	13,110	5,080	258

Como podemos observar el valor del proyecto teniendo en cuenta la flexibilidad es mayor en las tres fases pendientes de valoración.

1.4. Conclusiones

Las diferencias entre los valores calculados usando el VAN esperado y la valoración con Opciones Reales se deben a que esta última recoge la flexibilidad operativa de los gestores del proyecto. Esta flexibilidad haría que en circunstancias desfavorables el proyecto se paralizara perdiendo sólo las cantidades económicas invertidas hasta ese momento, teniendo en cuenta que la inversión a realizar antes del lanzamiento definitivo es de sólo un 15% del valor total del proyecto.

El método del VAN en este tipo de inversiones secuenciales y con características similares al proyecto analizado infravaloraría el valor de la mina.

En cambio usando la metodología de Opciones Reales obtendríamos una valoración que teniendo en cuenta las posibles decisiones a tomar por los gestores del proyecto, sería más ajustada al auténtico valor de éste.

Por otro lado, el método nos permite valorar la licencia de extracción en cada una de las fases y podría ser adecuado para la negociación con inversores de cara a la posible financiación basada en el éxito de la consecución de cada uno de los hitos que componen la inversión.

Bibliografía

- CASASSUS, J. y COLLIN-DUFRESNE, P. (2005) «Stochastic convenience yield implied from commodity futures and interest rates» *Journal of Finance* 2005; 60 (5): 2283-331.
- CLEWLOW, L., STRICKLAND, C, y KAMINSKI, V. (2001) «Jumping the Gaps» *Energy Power Risk Management*, Risk Waters Group 5 (10); January 2001a.
- CLEWLOW, L., STRICKLAND, C, y KAMINSKI, V. (2001) «Extending Mean Reversion Jump Diffusion» *Energy Power Risk Management*, Risk Waters Group; February 2001b.
- COPELAND, T. y ANTIKAROV, V. (2001). «Real Options». Texere LLC, New York.
- CORTAZAR, G., GRAVET, M. y URZUA, J. (2008) «The Valuation of Multidimensional American Real Options using the LSM Simulation Method», *Computers and Operations Research*, 35, 113-129.
- CORTAZAR, G. y SCHWARTZ, E.S. (2003). «Implementing a stochastic model for oil futures prices». *Energy Economics* 2003; 25(3):.215-38.
- DIXIT, R. K. y PINDYCK, R. S. (1994). «Investment under Uncertainty». Princeton University Press.
- GIBSON, R. y SCHWARTZ, E.S. (1990) «Stochastic Convenience Yield and the Pricing of Oil Contingent Claims» *The Journal of Finance*, July 1990 45: 3, 959-976.
- LAMOTHE, P. y MÉNDEZ, M. (2007) «Valoración de un Parque Eólico con Opciones Reales». *Universia Business Review*, nº 15 tercer trimestre 2007; 26-41.